

Modelos de lógica y lógica borrosa en la predicción del IPSA

Antonino Parisi F.*

Julio Rebolledo*

Edinson Cornejo S.*

Abstract

The methodology of Fuzzy Logic, is based on the idea that variables must be handled not as numbers but rather by the characteristics that they display. A series of historical daily quotations of the “Índice de Precios Selectivo de Acciones” of the Chilean stock market, corresponding to the period between the 14 of July of 1997 and the 07 of January of 2005 was used. It was constructed a model of logic and another one of fuzzy logic, in order to forecast the sign of the variations of the stock-exchange index already indicated. The models of logic and fuzzy logic registered a statistically significant forecast capacity. In addition, both models obtained extranormal returns statistically significant and positive when they were used in to a trading strategy, transaction costs considered.

Deseo agradecer a Daniel Martínez por su labor como asistente de investigación. También agradezco los comentarios realizados por un árbitro anónimo.

*Facultad de Economía y Negocios, Universidad de Chile.
aparisi@unegocios.cl
jrd24@bath.ac.uk
edcornejo@unegocios.cl

Resumen

La metodología de lógica borrosa, está basada en la idea de que las variables deben ser manejadas no como un número sino más bien por las características que ellas presentan. Se utilizó una serie histórica de cotizaciones diarias del Índice de Precios Selectivo de Acciones del mercado bursátil chileno, correspondiente al período comprendido entre el 14 de julio de 1997 y el 7 de enero de 2005. Se construyó un modelo de lógica y otro de lógica difusa, para efectos de proyectar el signo de las variaciones de los índices bursátiles ya señalados. Los modelos de lógica y de lógica borrosa registraron una capacidad predictiva estadísticamente significativa. Además, ambos modelos lograron un retorno extranormal significativo y positivo al ser utilizados en una estrategia de *trading*, aun después de considerar los costos de transacción.

Palabras clave: Lógica borrosa, funciones de pertenencia, conjuntos de pertenencia, reglas de *trading*, desfuzificación, porcentaje de predicción de signo, *test* de acierto direccional.

CJEL: G10, G14 y G15

1. Introducción

La predicción de los movimientos de los precios accionarios y de los índices bursátiles ha sido un tópico de gran interés en el área financiera. Diversos estudios muestran que los retornos accionarios son predecibles en algún grado. Por ejemplo, Lo & MacKinlay (1988), utilizando datos de mercados bursátiles desarrollados, registraron una correlación serial positiva entre los retornos semanales; DeBondt & Thaler (1985), Fama & French (1988), Poterba & Summers (1988) y Chopra, Lakonishok & Ritter (1992) encontraron una correlación serial negativa en los retornos de los activos individuales y varios portfolios sobre intervalos de tres a diez años.

Predecir los movimientos de los precios accionarios futuros a partir del análisis de series históricas de cotizaciones bursátiles ha llevado a que los analistas se centren en la psicología del inversor y en la respuesta de éste a los movimientos de los precios accionarios,

tal y cual lo muestran Smithson (1987) y también Smithson y Oden (1999), el primer estudio sugiere que el pensamiento y la toma de decisiones se pueden modelar utilizando las técnicas de la lógica borrosa, el segundo estudio muestra que si los agentes económicos forman sus expectativas de acuerdo a los criterios de la lógica borrosa se obtienen patrones de rentabilidades en el mercado con propiedades estadísticas similares a las observadas. La idea detrás de esto es que el precio al cual un inversionista está dispuesto a comprar o vender depende de sus expectativas: si él espera un alza futura en el precio del activo, entonces comprará; por el contrario, si él espera una caída en la cotización bursátil, entonces venderá. Esta conducta que pareciera ser trivial, resulta de gran complejidad ya que responde a las expectativas y actitudes del ser humano. Este estudio busca predecir el comportamiento del mercado bursátil chileno, mapeando las variaciones históricas del IPSA¹ a través de un sistema lógico de procesamiento de datos.

En las últimas décadas, en el proceso de predicción se han incorporado nuevas técnicas en base a modelos no paramétricos y no lineales tales como las redes neuronales. A modo de ejemplo, Parisi (2002), al predecir el IPSA, encontró que la red *ward* recursiva alcanzó una capacidad predictiva extramuestral de 72%, estadísticamente significativa, y una rentabilidad acumulada extramuestral de 24,42%. También Parisi (2005) aplicó redes neuronales y algoritmos genéticos para construir modelos predictivos del signo de las variaciones semanales del IPSA. Los resultados señalan que la red *ward* tendría mayor capacidad predictiva que el modelo lineal multivariado dinámico construido por medio de algoritmos genéticos y que el modelo *naive*, que esta capacidad predictiva sería significativa, y que una estrategia de *trading* basada en las señales de compra-venta dadas por este modelo permitiría obtener retornos relativamente más altos. Se destaca que la red *ward* y el modelo de algoritmos genéticos superaron en rentabilidad promedio a la estrategia *buy and hold*, aun

¹Índice de precios selectivo de acciones.

considerando los costos de transacción. Lo anterior se suma a los resultados de Tsibouris & Zeidenberg (1995) y White (1993), quienes trabajaron en la predicción de índices bursátiles y de activos individuales, y confirmaron un mejor rendimiento de las redes neuronales. En la misma línea, Parisi, Parisi & Guerrero (2003) y Parisi, Parisi & Cornejo (2004) utilizaron redes neuronales y algoritmos genéticos para predecir el signo de la variación experimentada por un conjunto de índices bursátiles internacionales y de América del Norte, respectivamente.

Los modelos anteriores, paramétricos o no paramétricos, lineales y no lineales, buscan reconocer patrones de comportamiento y establecer relaciones entre la variable que se desea proyectar y la(s) variable(s) explicativa(s). Estas relaciones se expresan en un lenguaje matemático, a través de la estimación de coeficientes y del análisis de su significancia estadística. Sin embargo, la mayoría de los agentes que participan en el mercado bursátil utiliza un lenguaje que incorpora aspectos de carácter cualitativo para referirse, por ejemplo, al precio de un activo, a la rentabilidad de la inversión, a la volatilidad del mercado, etcétera. Así, es común encontrar expresiones tales como que el precio está “relativamente alto” o “relativamente bajo”, que la rentabilidad de tal o cual instrumento de inversión es “atractiva”, que la volatilidad del mercado bursátil es “relativamente alta” o que éste se encuentra más bien “estable”, etcétera. En este contexto, los modelos cuantitativos tienen dificultades para absorber esta información de carácter cualitativo, lo que plantea la necesidad de desarrollar y analizar el uso de nuevas técnicas que permitan incorporar este tipo de referencias. La metodología de lógica borrosa (también conocida como lógica difusa o *fuzzy logic*), basada en la idea de que las variables son de carácter lingüístico y que, por lo tanto, deben ser manejadas no como un número sino más bien por las características que ellas presentan, viene a dar respuesta a esta inquietud.

La importancia de lo anterior radica en que el uso de técnicas avanzadas tales como lógica borrosa, algoritmos genéticos y redes neuronales, pueden ayudar a mejorar el proceso de proyección de

precios, cosa que es vital en la gestión de portfolios de inversión de renta variable. En el caso específico de la lógica difusa, es posible construir un modelo de óptimos computarizados para proyectar el signo de la variación de un determinado índice bursátil, es decir, para realizar un pronóstico con respecto a si éste se moverá al alza o a la baja en el futuro inmediato.

Existe un gran número de trabajos y aplicaciones de lógica difusa en múltiples áreas –principalmente relacionadas a controladores automáticos–, pero ésta ha sido escasamente usada en el área económica. Dourra (2000) evaluó los movimientos de los precios de un conjunto de acciones, aplicando un proceso de lógica borrosa sobre los resultados del análisis técnico, obteniendo una ventaja comparativa en términos de rentabilidad con respecto al mercado. Otro estudio en el campo de la lógica borrosa aplicado a la predicción de movimientos bursátiles, Huarn y Yu (2005).

El documento se divide en cinco secciones: la sección dos presenta un resumen de los conceptos básicos de lógica borrosa; en la sección tres se explica la metodología empleada en la investigación; la sección cuatro aborda el análisis de los resultados y, finalmente, la sección cinco presenta las conclusiones del estudio.

2. Lógica borrosa: conceptos básicos

La teoría de lógica borrosa fue introducida por Loffi A. Zadeh, a mediados de los años 60 (*Fuzzy Sets*), y desde esa fecha se ha desarrollado como una herramienta elemental para el control de subsistemas y procesos industriales complejos, ya que los sistemas borrosos permiten modelar sistemas no lineales, y aprender de los datos haciendo uso de determinados algoritmos de aprendizaje. La lógica borrosa surge como un perfeccionamiento de la lógica *booleana* tradicional, en la cual los conjuntos son considerados como sistemas bivalentes, con sus estados alternando entre “pertenencia” o “no pertenencia” (inclusión o exclusión), donde

tradicionalmente se define la función característica, f_A –que describe la pertenencia de un elemento x al conjunto A –, como:

$$f_A = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases} \quad (1)$$

De esta forma, la pertenencia de un elemento al conjunto A queda fraccionada y las relaciones entre conjuntos quedan categorizadas, siendo la transición entre dos conjuntos (o estados) A y B radical e inmediata.

La lógica borrosa, por su parte, considera la idea de variable lingüística, que capta las propiedades de aproximación o los conceptos de imprecisión en un sistema, permitiendo que un elemento tenga valores intermedios en el grado de pertenencia a un conjunto determinado. Cada elemento del universo tiene asociado una función de pertenencia continua f_A –que toma valores entre 0 y 1– que indica el “grado de pertenencia” del elemento x al conjunto A . Así, un conjunto en el universo de discurso U es definido por una función de pertenencia $f_A: U \rightarrow [0, 1]$, donde $f_A(x) \in [0,1]$ indica el grado de pertenencia de x al conjunto A .

Bajo este concepto de lógica borrosa reside la idea que los elementos claves del pensamiento no son numéricos, sino que son ideas con cierto grado de vaguedad, donde los elementos pasan de un conjunto a otro de manera suave y flexible, convirtiéndose de esta forma en una herramienta atractiva para manejar la incertidumbre.

La lógica borrosa incorpora tres pasos fundamentales: (1) la elección de los *inputs* del proceso *fuzzy*, (2) la designación de funciones y conjuntos de pertenencia y, (3) la determinación de las reglas difusas y de la variable de salida (desfuzificación).

Los *input* del proceso *fuzzy* se refieren a las variables que se presumen importantes de considerar, ya que el comportamiento de éstas y sus combinaciones influyen sobre la variable que se desea

proyectar. Estas variables son agrupadas en los conjuntos de pertenencia² al cual pertenecerán en algún grado.

Los conjuntos difusos son determinados por sus funciones de pertenencia. Comúnmente, el número de conjuntos difusos es definido de manera tal que contenga todo el rango de posibles valores que podría adoptar la variable. Este rango de variación es conocido como universo de discurso. Las funciones de pertenencia generalmente son funciones continuas cuyo dominio es el conjunto de discurso y su imagen un valor real entre 0 y 1, el cual representará el grado de pertenencia de la variable al conjunto difuso en cuestión. Estos conjuntos de pertenencia, junto a las reglas difusas, determinarán el comportamiento que tendrá la variable de salida.

Las operaciones con conjuntos requieren el establecimiento de reglas para combinar los conjuntos de pertenencia y los conjuntos de unión, intersección y complemento. Estas operaciones entre conjuntos se asociarían a las conexiones lingüísticas “y”/“o”. Así, la intersección se asocia a “y”, mientras que la unión a “o”. De esta manera se pueden conectar y manipular los conjuntos para, a su vez, obtener nuevos conjuntos de pertenencia. En principio, no existen reglas generales o un método de construcción de reglas *fuzzy* o de funciones de pertenencia, por lo que éstas son determinadas por cada diseñador. No obstante, éstas deben cumplir con las propiedades de *t-normas* para la intersección y *t-conormas* para la unión³.

El proceso de proyección es realizado por medio de la elaboración de reglas difusas, las cuales relacionan la correspondencia entre los *input* y el *output* a través de las operaciones de conjuntos. La forma usual de las reglas difusas es del tipo: si i_1 es f_1 y/o i_2 es f_2 y/o... i_n es f_n , entonces o_t es o_k . Donde i_1, i_2, \dots, i_n son los *inputs* atribuibles a las funciones de pertenencias f_1, f_2, \dots, f_n , respectivamente; o_t es el *output*; y o_k es la clasificación atribuible a o_t . Finalmente, el *output fuzzy* debe ser transformado en

²También llamados conjuntos difusos.

³Ver anexo 1.

una variable posible de interpretar, proceso denominado desfuzificación.

3. Datos y metodología

Se utilizaron series históricas de cotizaciones de cierre diarias del IPSA chileno. Los datos corresponden al período comprendido entre el 14 de julio de 1997 y el 7 de enero de 2005. Se construyó un modelo de lógica y otro de lógica difusa, para efectos de proyectar –en el momento t – el signo de la variación que experimentará el IPSA en el momento $t+1$. De esta forma, se busca pronosticar si el índice en cuestión se moverá al alza –signo positivo– o a la baja –signo negativo–. Esto, entendiendo que la predicción de la dirección del movimiento del índice accionario es relevante para desarrollar estrategias de transacción efectivas (Leung, Daouk & Chen, 2000). La principal diferencia entre el modelo de lógica y el de lógica difusa radica en que éste último ha sido construido asignando a los *inputs* funciones de pertenencia, mientras que el primero carece de esta propiedad. En ambos casos se busca mostrar la eficiencia de la técnica en función de dos aspectos: por una parte, en la elaboración de un modelo que maximice el porcentaje de predicción de signo (PPS) y, por otra, en la capacidad para generar una rentabilidad extranormal, es decir, superior a la generada por un *benchmark*.

A. Modelo de lógica

Bajo este modelo, las asociaciones lógicas y la magnitud de los parámetros serán determinadas a través de un proceso heurístico, valiéndose para ello de un proceso de simulación. El objetivo es generar evidencia que permita analizar si el modelo lógico permite crear, por una parte, un modelo que maximice el PPS dentro de un

subperíodo de estudio intramuestral⁴ –para luego evaluar los resultados en una serie extramuestral– y, por otra, una estrategia de *trading* que genere retornos extranormales. Se consideró como *output* del proceso *fuzzy* la variación que experimentará el índice bursátil en el período $t+1$. Por otro lado, se consideraron diez *inputs*: las variaciones del IPSA correspondientes a los períodos t , $t-1$, $t-2$, $t-3$ y $t-4$, y las variaciones del índice estadounidense *Dow Jones Industry* (DJI) en t , $t-1$, $t-2$, $t-3$ y $t-4$. Para cada uno de los *inputs* se consideraron cinco conjuntos de pertenencia, donde cada uno de ellos corresponde a un quintil de la distribución de frecuencia absoluta simple de las variaciones de precios históricos. En cuanto al *output*, los conjuntos de pertenencia son tres: al alza, se mantiene y a la baja.

B. Modelo de lógica borrosa

Al igual que en el caso anterior, se consideró como *output* la variación que experimentará el IPSA en el período $t+1$. También se consideraron diez *inputs*: las variaciones en t , $t-1$, $t-2$, $t-3$ y $t-4$ del índice respectivo y las variaciones del índice DJI en t , $t-1$, $t-2$, $t-3$ y $t-4$. Para cada uno de los *inputs* se consideraron cinco conjuntos de pertenencia: muy bajo la media (MBM), bajo la media (BM), en la media (EM), sobre la media (SM) y muy sobre la media (MSB). Cada uno de estos conjuntos clasifica el *input* en función de qué tan lejos o qué tan cerca se encuentre de la media. Los conjuntos difusos fueron definidos por funciones de pertenencia “campana”, debido a que estas funciones son bastante planas alrededor del centro, es decir, permiten pequeñas desviaciones de la posición del centro de la banda conservando valores de pertenencia elevados en ese

⁴El conjunto intramuestral corresponde al conjunto de datos históricos con los cuales se simularán 1.000.000 de combinaciones lógicas, a fin de encontrar el modelo que maximice el Pps. No obstante, al operar en este conjunto de datos, el modelo proyecta las variaciones en $t+1$ únicamente a partir de la información disponible entre los períodos $t-4$ y t .

margen. Así, estas funciones quedaron determinadas por dos parámetros: la media ($\mu_{j,t}^i$) y la desviación estándar ($\sigma_{j,t}^i$) históricas de los j -ésimos conjuntos de pertenencia. La fórmula general de la j -ésima función de pertenencia para el *input* i en el momento t (i_t) se define de acuerdo a la expresión (2):

$$f_j(i_t) = \exp\left(\frac{-(i_t - \mu_{j,t}^i)^2}{2(\sigma_{j,t}^i)^2}\right) \quad (2)$$

donde

$$\mu_{j,t}^i = \mu_t^i + \alpha_j \sigma_t^i \quad (3)$$

y

$$\sigma_{j,t}^i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{20} (i_{j,t} - \mu_{j,t}^i)^2}{n-1}} \quad (4)$$

$\mu_{j,t}^i$ es la media del j -ésimo conjunto de pertenencia del *input* i , calculada en el momento t a partir de los precios de cierre de las veinte últimas jornadas bursátiles, período que equivale a los días hábiles de un mes de operaciones;

μ_t^i corresponde a la variación promedio experimentada por el índice (el *input* i) al momento t ;

σ_t^i es la desviación estándar de las variaciones del índice al momento t ; y α_j es una constante que permite delimitar los conjuntos de pertenencia, y que puede asumir los siguientes valores: -2, -1, 0, 1 y 2.

Con respecto a la expresión (4),

$\sigma_{j,t}^i$ es la desviación estándar de las variaciones experimentadas por el índice en cuestión (el *input* i), variaciones que han sido clasificadas en el conjunto j^5 ;

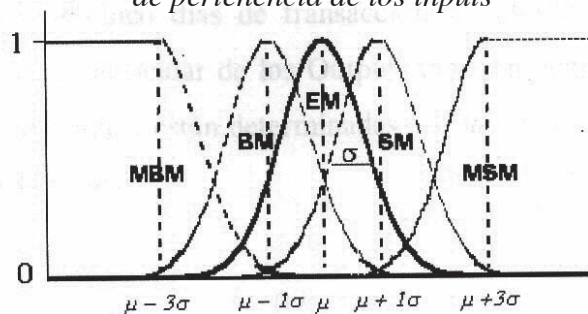
e $i_{j,t}$ es el *input* del j -ésimo conjunto de pertenencia registrado en el momento t .

De acuerdo a lo anterior, los valores medios de los conjuntos de pertenencia –que se muestran en la figura 1– quedarán delimitados de la siguiente manera:

muy bajo la media	: $\{-\infty; \mu_t^i - 2\sigma_t^i\}$
bajo la media	: $\{\mu_t^i - 2\sigma_t^i; \mu_t^i - \sigma_t^i\}$
en la media	: $\{\mu_t^i \pm \sigma_t^i\}$
sobre la media	: $\{\mu_t^i + \sigma_t^i; \mu_t^i + 2\sigma_t^i\}$
muy sobre la media	: $\{\mu_t^i + 2\sigma_t^i; +\infty\}$

Figura 1

Representación gráfica de las funciones de pertenencia de los inputs



⁵ $\mu_{j,t}^i$, μ_t^i , σ_t^i y $\sigma_{j,t}^i$ fueron calculados sobre las variaciones experimentadas por los índices respectivos durante los últimos veinte días de operación bursátil, incluyendo el momento t .

De esta manera, y a modo de ejemplo, el valor de la función de pertenencia muy bajo la media que está asociado al *input* i_t representa el grado de pertenencia que tiene dicho *input* al conjunto o intervalo que está ubicado dos desviaciones estándar bajo la media del índice bursátil. Cabe señalar que el precio de un activo financiero en un período determinado puede ser miembro de varios conjuntos de pertenencia en diversos grados y que estas funciones de pertenencia irán cambiando en el tiempo, ya que la media y la desviación estándar serán recalculadas día a día –tanto las totales (μ_t^i y σ_t^i) como las relativas a los conjuntos de pertenencia ($\mu_{j,t}^i$ y $\sigma_{j,t}^i$)–, otorgando así mayor flexibilidad a los conjuntos de pertenencia.

Las reglas son construidas a partir de combinaciones aleatorias de los conjuntos de pertenencia, de donde es elegida la combinación que maximice el PPS intramuestral. La elaboración de las reglas es en sí la parte más compleja y delicada en el proceso de lógica borrosa, ya que son éstas y sus combinaciones (operaciones) las que en definitiva determinarán el *output* del proceso. La terminología usada para las operaciones de los conjuntos está determinada por las definiciones de Zadeh. En el caso particular de este trabajo la *t*-norma y *t*-conorma están definidas como:

$$\text{Intersección} : f_{A \cap B}(x) = \min\{f_A(x), f_B(x)\} \quad (5)$$

$$\text{Unión} : f_{A \cup B}(x) = \max\{f_A(x), f_B(x)\} \quad (6)$$

$$\text{Complemento} : f_{\bar{A}}(x) = 1 - f_A(x) \quad (7)$$

Estas reglas generan un *output* que señala si la variación esperada para el momento $t+1$ es negativa, neutra o positiva. Para el caso particular de los *outputs* también se consideraron funciones de pertenencia que están determinadas por $\mu_{k,t}^o$ y $\sigma_{k,t}^o$, como muestra la expresión (8):

$$f_k(o_t) = \exp\left(\frac{-(o_t - \mu_{k,t}^o)^2}{2(\sigma_{k,t}^o)^2}\right) \quad (8)$$

donde

$$\mu_{k,t}^o = \mu_t^o + \alpha_k \sigma_t^o \quad (9)$$

y

$$\sigma_{k,t}^o = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{20} (o_{k,t} - \mu_{k,t}^o)^2}{n-1}} \quad (10)$$

$\mu_{k,t}^o$ es la media del k -ésimo conjunto de pertenencia del *output* o_t , calculada en el momento t a partir de los *outputs* de las veinte últimas jornadas bursátiles;

μ_t^o corresponde a la variación promedio experimentada por el *output* o_t al momento t ;

σ_t^o es la desviación estándar de las variaciones del *output* o_t al momento t ; y

α_k es una constante que permite delimitar los conjuntos de pertenencia de los *outputs*, y que puede asumir los siguientes valores: -1, 0 y 1.

En cuanto a la expresión (10),

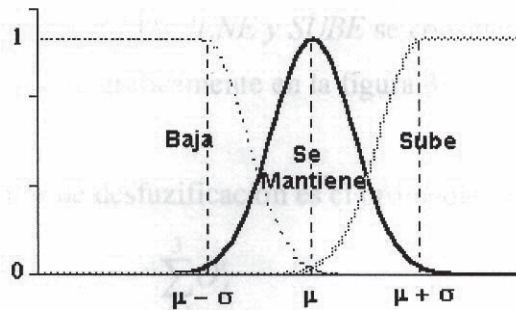
$\sigma_{k,t}^o$ es la desviación estándar del *output* $o_{k,t}$ durante los últimos veinte días hábiles –incluyendo el momento t –; y

$o_{k,t}$ es el *output* registrado en el momento t que ha sido clasificado en el k -ésimo conjunto de pertenencia. De acuerdo a lo anterior, los conjuntos de pertenencia del *output* –que se muestran en la figura 2– quedarán delimitados de la siguiente manera:

$$\text{a la baja} \quad : \left\{ -\infty; \mu_t^o - 1\sigma_t^o \right\}$$

se mantiene : $\{\mu_t^0 \pm 2\sigma_t^0\}$
 al alza : $\{\mu_t^0 + 1\sigma_t^0; +\infty\}$

Figura 2
 Representación gráfica de las funciones
 de pertenencia de los outputs



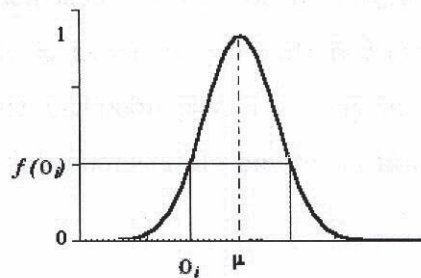
El último paso en el proceso *fuzzy* consiste en la desfuzificación. Tras la aplicación de las reglas si i_1 es f_1 y/o i_2 es f_2 y/o... i_n es f_n , entonces o_t es o_k , lo que se obtiene es la imagen de la función de pertenencia, es decir, el grado de pertenencia del *output* a un determinado conjunto k , cuya inversa proporciona el valor del *output* (O_t) correspondiente a ese nivel de pertenencia. Sin embargo, la función exponencial es una función epiyectiva y, por lo tanto, su inversa deberá estar restringida a un subintervalo de la pre-imagen. Los intervalos considerados para la función de pertenencia a la baja son los valores que están sobre la media del conjunto. Para las funciones de pertenencia se mantiene y a la baja se consideraron los valores que están sobre la media. Esto se muestra en la figura 3.

Finalmente, si o_k es el grado de pertenencia arrojado por las combinaciones de reglas, entonces el valor de desfuzificación (O_t) es el promedio del inverso de la función de pertenencia del *output* o_k , es decir:

$$O_t = \sum_{k=1}^3 \frac{f_k^{-1}(o_k)}{3} \quad (11)$$

Figura 3

Gráfica de la inversa de la desfuzificación



De esta manera, el valor obtenido tras la desfuzificación es un valor en torno a la media de las variaciones de precio de los últimos veinte días, que indicaría cuál es la tendencia que sigue el movimiento del índice bursátil.

C. Evaluación de la capacidad predictiva

A continuación, se evaluó la calidad de cada modelo en función del porcentaje de predicción de signo alcanzado (PPS)⁶. Luego se seleccionó el modelo de lógica y de lógica borrosa de mayor PPS intramuestral, a fin de evaluarlos sobre un conjunto extramuestral de 926 datos semanales. Para ello se dividió la muestra total en dos: una de tamaño n (llamado conjunto intramuestral y compuesto por 1.000 observaciones)⁷ para estimar los parámetros que maximicen el

⁶Se evaluó la calidad de cada uno de los 1.000.000 de modelos, generados tanto por el proceso de lógica como de lógica borrosa, a partir de los datos del conjunto intramuestral.

⁷Estas observaciones corresponden al período comprendido entre el 14 de julio de 1997 y el 4 de junio de 2001.

PPS, tanto del modelo de lógica como de lógica borrosa; y otra de tamaño m (denominado conjunto extramuestral y compuesto por 926 observaciones)⁸ para evaluar la capacidad predictiva de los modelos. Para realizar esto último, se comparó el signo de la proyección con el signo de la variación observada, en cada t -ésimo período, donde $t=1, 2, \dots, m$. Si los signos entre la variación proyectada y la variación observada coinciden, entonces se anota un acierto (*hit*). En caso contrario, se anota un error de predicción, lo cual disminuye la capacidad predictiva del modelo. El PPS de cada modelo se calculó de la siguiente forma:

$$\text{PPS} = \frac{\sum_{t=1}^m p_t}{m} \quad (12)$$

$$p_t = \begin{cases} 1, & \text{si } \Delta \text{IPSA}_t * \hat{\Delta} \text{Index}_t > 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}, t = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (13)$$

donde Δ representa la variación observada del IPSA y $\hat{\Delta}$ la variación estimada. Además, en esta etapa se aplicó el *test* de acierto direccional⁹ de Pesaran & Timmermann (1992), con el objeto de medir la significancia estadística de la capacidad predictiva de los modelos analizados.

A continuación se analizó si la capacidad predictiva evidenciada por los modelos se traduce o no en mayores beneficios económicos. Para ello se calculó la rentabilidad acumulada –durante el período de análisis– que hubiera logrado un inversionista de haber seguido las recomendaciones de *trading* del modelo: comprar si la proyección es al alza y vender si la proyección es a la baja. Para ello

⁸Estas observaciones corresponden al período comprendido entre el 5 de junio de 2001 y el 7 de enero de 2005.

⁹*Directional Accuracy Test*.

se asumió una inversión inicial de \$10.000.000¹⁰ y que el IPSA puede ser transado como si fuera una acción. Al momento de calcular la rentabilidad de la estrategia de transacción basada en las proyecciones de cada uno de los modelos analizados, se consideró un costo de 0,1% por transacción¹¹, el cual se aplicó sobre el monto de dinero transado. Aparte de eso, para propósitos de este modelo, se asume que las transacciones se realizan utilizando órdenes con precios límites, mitigando así los costos asociados con el efecto *bid-ask spread*. Cabe señalar que, para que un modelo predictivo o un indicador de análisis técnico desempeñe su función, éste debe producir un retorno que exceda la suma de los costos de transacción más la rentabilidad negativa originada por sus señales falsas. También se calculó la rentabilidad generada por la estrategia en una situación en la cual el costo de transacción es fijo y asciende a

¹⁰La inversión inicial es de \$10.000.000. Por lo tanto, no se pueden adquirir más unidades del índice que las que permite la inversión inicial, aun cuando el modelo de proyección siga recomendando “comprar”. De igual manera, sólo puede venderse aquello que ha sido comprado.

¹¹En el mercado bursátil chileno, el costo de transacción es un porcentaje fijo que se aplica sobre el monto de dinero involucrado en la transacción. Este costo de transacción involucra una comisión por los derechos que cobra la Bolsa de Valores de Santiago de Chile (que asciende al 0,05%) y una comisión que cobra el corredor (*trader*). El costo de transacción varía desde los pequeños a los grandes inversionistas, ya que éstos últimos tienen un mayor poder de negociación. Así, por ejemplo, en el mercado bursátil chileno existen inversionistas institucionales (Administradoras de Fondos de Pensiones, Administradoras de Fondos Mutuos y Compañías de Seguros) que enfrentan un costo por transacción equivalente al 0,1% del monto de dinero involucrado en la operación, más IVA (Impuesto al valor agregado). Debido a que las empresas de servicios traspasan el pago del IVA a sus clientes (por lo que no es un costo para la empresa), al momento de calcular la rentabilidad de la estrategia de transacción basada en las proyecciones de cada uno de los modelos analizados, se consideró un costo de 0,1% por transacción.

US\$9¹² (independientemente del volumen transado), y el monto de inversión inicial es de US\$10.000¹³. No se realizaron ventas cortas.

Además, con el objeto de evitar el problema de *data snooping*¹⁴ –y despejar las dudas respecto de si la capacidad predictiva se debe a la bondad del modelo, a las características de la muestra de observaciones sobre la que ha sido aplicado, o simplemente al factor suerte–, cada modelo se evaluó sobre un total de 1.000 subconjuntos extramuestrales, de 20¹⁵ precios de cierre diarios cada uno. Estos 1.000 subconjuntos extramuestrales fueron generados a partir del conjunto extramuestral original, utilizando un proceso de *block bootstrap*¹⁶.

¹²El costo de transacción en el mercado bursátil estadounidense es fijo, a diferencia del costo de transacción del mercado accionario chileno que es variable y corresponde a un porcentaje del monto transado. El costo de transacción del mercado estadounidense depende del *broker* utilizado, y puede fluctuar entre US\$7 y US\$20 por transacción. Para los fines de este estudio, se consideró un costo de US\$9 por transacción.

¹³Para realizar este cálculo se asumió que el valor de cierre del IPSA estaba expresado en dólares estadounidenses.

¹⁴El término *data snooping* (también conocido como *data mining*), “ocurre cuando un determinado conjunto de datos es usado más de una vez para propósitos de inferencia o selección de modelos. Cuando esta re-utilización de datos ocurre, siempre existe la posibilidad de que cualquier resultado satisfactorio que se haya obtenido pueda deberse simplemente a la suerte, en vez de a algún mérito inherente al modelo que generó aquellos resultados.” (White, 2000).

¹⁵A partir de los datos del conjunto extramuestral, y por medio de un proceso de *block-bootstrap*, se generaron 1.000 subconjuntos extramuestrales de 20 observaciones diarias cada uno. El tamaño de los subconjuntos busca conformar períodos mensuales de *trading* (20 días hábiles). De esta manera, se busca analizar la capacidad de los modelos para generar retornos extranormales en períodos de corto y de largo plazo.

¹⁶Una forma de probar la bondad de los modelos y la validez de sus resultados, independientemente de la muestra de datos sobre las que han sido aplicados, es aplicar un proceso de *bootstrap*. El *bootstrap* es un proceso de generación de observaciones ficticias a partir de datos históricos, a fin de dar solución al problema de escasez de datos y, de esta forma, poder contar con suficiente información para elaborar diferentes conjuntos extramuestrales sobre los cuales probar la validez de los modelos.

D. *Benchmark y test de significancia estadística*

Los resultados de ambos modelos –de lógica y *lógica difusa*– fueron comparados con la rentabilidad generada por una estrategia *buy and hold*¹⁷. Por otro lado, para analizar si existen diferencias estadísticamente significativas entre los PPS de los modelos y entre los retornos extranormales de las estrategias de *trading*, se realizaron pruebas no paramétricas de hipótesis de diferencias de medias (*test* de Friedman y de Tukey).

4. Resultados

Al analizar la serie de valores de cierre del IPSA, en primera diferencia (ver cuadro 1), se encontró que los resultados del *test* de Jarque-Bera rechazan la hipótesis de que las variaciones semanales de este índice siguen una distribución normal, con un nivel de significancia del 5%. Además, el coeficiente de autocorrelación para un modelo AR(1) resultó ser estadísticamente significativo, a un nivel de significancia del 10%, por lo que se encontró evidencia de autocorrelación entre la variación experimentada por el índice en el período t y la registrada en el período $t-1$. Finalmente, los *test* de Wald-Wolfowitz (de corridas) y Cox-Stuart (de signos no ponderados) no presentan evidencia concluyente sobre la presencia de aleatoriedad en la serie de variaciones del índice accionario¹⁸. La razón por la cual se realizó el *test* de Jarque-Bera, es debido a la importancia de la distribución normal en finanzas, es importante recordar el teorema del límite central. El *test* de Wald-Wolfowitz se

¹⁷La estrategia *buy and hold* es una estrategia de inversión pasiva que no aplica gestión alguna. Consiste en comprar el activo en cuestión y mantenerlo durante todo el período de inversión, para venderlo al final de éste. La rentabilidad de esta estrategia está dada por la diferencia entre el valor de venta y el valor de compra del activo analizado.

¹⁸El *test* de Wald-Wolfowitz rechaza la hipótesis nula de aleatoriedad, con un nivel de significancia de 10%. Sin embargo, según el *test* de Cox-Stuart no se rechaza la hipótesis nula.

utilizó para afirmar que si se trabaja con el objetivo de predecir variables aleatorias y se alcanzan buenos resultados, este *test* le daría una mayor robustez al modelo. El *test* de Cox-Stuart se utilizó para presencia de tendencias, en el caso de que se detectasen tendencias, podrían restarle robustez al modelo.

Cuadro 1

Estadísticos descriptivos para la serie de valores de cierre diarios, en primera diferencia, del IPSA
Período: 14 de Julio de 1997 al 7 de Enero de 2005

ESTADÍSTICOS	IPSA
Media	-0,115
Mediana	-0,097
Máximo	11,029
Minimo	-14,916
Desviación estándar	3,903
Skewness	-0,215
Kurtosis	4,027
Jarque-Bera ¹	14,825*
AR(1) ¹	0,113 (1,917)**
Wald-Wolfowitz ²	-1,713**
Cox-Stuart ²	-0,585

Entre paréntesis se entrega el *test t*.

¹Los valores críticos de los estadísticos Jarque-Bera y *t* de Student son 4,43 y 1,96, respectivamente, para un $\alpha=5\%$.

²Los valores críticos de los estadísticos Wald-Wolfowitz y Cox-Stuart son 1,96 y 1,64, para un nivel de significancia del 5% y 10%, respectivamente.

(*) Significativo al 5%.

(**) Significativo al 10%.

El cuadro 2 resume la capacidad predictiva de los modelos, calculada sobre el conjunto intramuestral. También muestra el resultado del *test* de acierto direccional (DA) y la rentabilidad acumulada que hubiera logrado un inversionista de haber basado su estrategia de *trading* en las recomendaciones de compraventa de los

modelos, así como el retorno de la estrategia *buy and hold*. El mejor modelo de lógica registró un PPS extramuestral de 59%, el cual resultó estadísticamente significativo. Por su parte, el PPS extramuestral del modelo de lógica borrosa fue de 56%, también estadísticamente significativo.

Cuadro 2

*Resumen de los resultados a partir del conjunto intramuestral**

IPSA			
MODELO	PPS	TEST DA ¹	RENTABILIDAD ACUMULADA
Lógica	59,0%	2,54**	85,86%
Lógica Borrosa	56,0%	2,12**	70,56%
<i>Buy and Hold</i>	-	-	10,32%

*El cuadro muestra el porcentaje de predicción de signo (PPS extramuestral) registrado por los modelos, el *test* de acierto direccional (DA) y la rentabilidad acumulada obtenida por la estrategia de *trading* durante el período intramuestral.

¹El valor de *z* crítico es de 1,96 y 1,64, para un nivel de significancia del 5% y 10%, respectivamente.

(**): Significativo al 5%.

Se pudo apreciar que la capacidad predictiva de los modelos se tradujo en beneficios económicos. El modelo de lógica obtuvo el mayor PPS y, simultáneamente, el mayor retorno acumulado. Además, independientemente de la significancia estadística de la capacidad predictiva de los modelos, estos superaron en rentabilidad a la estrategia *buy and hold*. Por lo anterior, siempre fue mejor gestionar la cartera indexada (representada por el índice bursátil) en función de alguno de los modelos de proyección. El cuadro 3 presenta los parámetros estimados para los modelos de lógica y de lógica borrosa –a partir de las observaciones históricas del conjunto intramuestral– y correspondientes al índice de precios selectivo de acciones (IPSA).

Cuadro 3
*Resumen de los parámetros estimados para
 los modelos de lógica y lógica borrosa*

IPSA		
VARIABLE	MODELO DE LÓGICA	MODELO DE LÓGICA BORROSA
ΔIPSA_t	-0,238	-0,127
ΔIPSA_{t-1}	-0,752	-0,892
ΔIPSA_{t-2}	-0,936	-0,036
ΔIPSA_{t-3}	0,518	0,098
ΔIPSA_{t-4}	0,234	0,885
ΔDJI_t	0,070	0,010
ΔDJI_{t-1}	0,385	0,865
ΔDJI_{t-2}	0,656	0,736
ΔDJI_{t-3}	0,485	0,585
ΔDJI_{t-4}	0,562	0,412

Se probó la robustez de estos resultados a fin de evitar el problema de *data snooping*. Para ello se tomó el mejor modelo de proyección para cada índice y se lo evaluó sobre un total de 1.000 conjuntos extramuestrales de 20 datos de cierre diarios cada uno. Estos 1.000 conjuntos extramuestrales fueron generados a partir del conjunto extramuestral original utilizando un proceso de *block bootstrap*. El cuadro 4 muestra los estadísticos para el PPS (sección A), el *test* DA (sección B) y la rentabilidad acumulada de las estrategias de *trading* (sección C).

Se analizó el PPS extramuestral generado en los 1.000 conjuntos extramuestrales por los modelos de lógica y lógica borrosa. En ambos casos no se rechazó la hipótesis de que el PPS extramuestral sigue una distribución normal, con un nivel de significancia del 5%, de acuerdo al *test* de Jarque-Bera.

Cuadro 4
Resumen estadístico del PPS extramuestral, del test de acierto direccional (DA) y de los retornos acumulados, considerando todo el período del análisis

SECCION A: PORCENTAJE DE PREDICCIÓN DE SIGNO			
ESTADÍSTICOS	MODELO DE LÓGICA	MODELO DE LÓGICA BORROSA	
Media	58,00%	55,00%	
Mediana	57,32%	54,75%	
Máximo	80,79%	78,00%	
Mínimo	32,71%	30,71%	
Desv. Estándar	9,85%	11,85%	
Skewness	0,053	0,053	
Kurtosis	2,952	2,952	
Jarque-Bera ¹	0,057	0,057	
SECCION B: TEST DE ACIERTO DIRECCIONAL			
ESTADÍSTICOS	MODELO DE LÓGICA	MODELO DE LÓGICA BORROSA	
Media	0,275	0,275	
Mediana	0,211	0,211	
Máximo	2,301	2,301	
Mínimo	-2,018	-2,018	
Desv. Estándar	0,826	0,826	
Skewness	0,081	0,081	
Kurtosis	2,844	2,844	
Jarque-Bera	0,209	0,209	
Porcentaje de PPS ²	55,00%	52,00%	
SECCION C: RETORNO ACUMULADO			
ESTADÍSTICOS	MODELO DE LÓGICA	MODELO DE LÓGICA BORROSA	BUY & HOLD
Media	2,79%	1,78%	0,58%
Mediana	1,93%	1,64%	0,74%
Máximo	10,05%	9,12%	4,12%
Mínimo	-3,79%	-6,10%	-5,10%
Desv. Estándar	5,35%	5,52%	6,28%
Skewness	-1,173	0,282	0,282
Kurtosis	11,018	2,483	2,483
Jarque-Bera ¹	290,863	2,441	2,441
Proporción ³	74,00%	68,00%	

¹: El valor crítico del estadístico Jarque-Bera es de 4,43, para un $\alpha = 5\%$.

²: Porcentaje de conjuntos extramuestrales en los cuales la capacidad predictiva resultó ser estadísticamente significativa.

³: Porcentaje de las veces en que la rentabilidad del modelo de lógica y de lógica borrosa supera el retorno de la estrategia *buy and hold*, considerando las 1.000 series *bootstrap*.

En la sección A se observa que, en promedio, el PPS extramuestral fue de 58% y 55%, para los modelos de lógica y lógica borrosa, respectivamente. Luego, al calcular el *test* DA se encontró que la capacidad predictiva fue significativa sólo en el 55% y el 52% de los casos, respectivamente (ver sección B). Sin embargo, al analizar la rentabilidad acumulada que se habría obtenido al llevar a cabo una estrategia de *trading* en base a las recomendaciones de compra-venta de los modelos de lógica y lógica borrosa se encontró que –de los 1.000 conjuntos extramuestrales– los modelos superaron el retorno de una estrategia *buy and hold* en el 74% y 68% de los casos, respectivamente, tal como se observa en la sección C del cuadro 4.

Finalmente, los resultados del *test* de Friedman (cuadro 5) indican que existen diferencias estadísticamente significativas entre los PPS y los retornos anormales generados por los modelos analizados. De manera más específica, el *test* de Tukey señala que no hay diferencias significativas entre el modelo de lógica y el modelo de lógica borrosa, en términos de PPS, pero sí la hay a nivel de rentabilidades, superando el retorno del primer modelo a la rentabilidad del segundo. Además, las rentabilidades de los modelos predictivos construidos en función de lógica y lógica borrosa son estadísticamente superiores al retorno de la estrategia *buy and hold*.

Cabe señalar que los resultados apuntan en la misma dirección que los obtenidos en Parisi (2002) al predecir el IPSA, donde encontró que la red *ward* recursiva alcanzó una capacidad predictiva extramuestral estadísticamente significativa. También Parisi (2005) aplicó modelos de redes neuronales y de algoritmos genéticos para construir modelos predictivos del signo de las variaciones semanales del IPSA, encontrando que la red *ward* y el modelo de algoritmos genéticos superaron en rentabilidad promedio a la estrategia *buy and hold*, aun considerando los costos de transacción.

Cuadro 5
Test de Friedman y de Tuke

<i>TEST DE FRIEDMAN: DIFERENCIA ENTRE MEDIAS</i>	ESTADÍSTICO S
PPS	27,83
Retorno Modelos	50,47
TEST DE TUKEY: PPS	P-Value
Lógica – Lógica Borrosa	0,8084
TEST DE TUKEY: RETORNO MODELOS	P-Value
Lógica – Lógica Borrosa	0,998
Lógica – <i>Buy and Hold</i>	0,999
Lógica Borrosa – <i>Buy and Hold</i>	0,484

Para el caso del PPS, el valor crítico de χ^2 fue de 19,50, para 336 grados de libertad en el numerador, 2 grados de libertad en el denominador y un nivel de significancia de 0,05. Para el caso de la rentabilidad de los modelos, el valor crítico de χ^2 fue de 8,53, para 336 grados de libertad en el numerador, 3 grados de libertad en el denominador y un nivel de significancia de 0,05. El nivel de significancia, con el cual es comparado el *p-value*, es de 0,05.

5. Conclusiones

En este estudio se utilizaron cotizaciones de cierre diarias del IPSA chileno. Los datos corresponden al período comprendido entre el 14 de julio de 1997 y el 7 de enero de 2005. Se construyó un modelo de lógica y otro de lógica difusa, para efectos de proyectar –en el momento t – el signo de la variación que experimentará el IPSA en el momento $t+1$. El mejor modelo de lógica registró un PPS de 59%, el cual resultó estadísticamente significativo. Por su parte, el PPS del modelo de lógica borrosa fue de 56%, también estadísticamente significativo. También se evaluó si el modelo de lógica borrosa como se desempeña en ambas direcciones y se concluyó que el modelo de lógica borrosa está mejor preparado para predecir las alzas que las bajas.

Se pudo apreciar que la capacidad predictiva de los modelos se tradujo en beneficios económicos. El modelo de lógica obtuvo el mayor PPS y, simultáneamente, el mayor retorno acumulado.

Además, independientemente de la significancia estadística de la capacidad predictiva de los modelos, éstos superaron en rentabilidad a la estrategia *buy and hold*. Al analizar los resultados obtenidos en 1.000 conjuntos extramuestrales se concluyó que, en promedio, el PPS fue de un 58% y 55% para los modelos de lógica y lógica borrosa, respectivamente. Luego, al calcular el *test* DA se encontró que la capacidad predictiva fue significativa sólo en el 55% y el 52% de los casos, respectivamente. Sin embargo, al analizar la rentabilidad acumulada que se habría obtenido al llevar a cabo una estrategia de *trading* en base a las recomendaciones de compra-venta de los modelos de lógica y lógica borrosa se encontró que —de los 1.000 conjuntos extramuestrales— los modelos superaron el retorno de una estrategia *buy and hold* en el 74% y 68% de los casos, respectivamente.

De esta forma, se presenta evidencia de que la capacidad de los modelos de lógica y lógica borrosa podría resultar relevante para predecir el signo de las variaciones del IPSA, lo que los sitúa como una alternativa al análisis técnico, a los modelos *naive*, a las redes neuronales y a los algoritmos genéticos aplicados sobre series de tiempo, para efectos de predecir la evolución del mercado bursátil chileno.

Anexo 1

Las operaciones sobre conjuntos establecen las reglas para determinar los conjuntos de unión, intersección y complemento. Estos se construyen por medio de funciones que manipulan los conjuntos para obtener nuevos conjuntos. Cada diseñador puede definir o elegir la operación de unión, intersección o complemento que desee. Estas operaciones deben cumplir con ciertas características:

1. El complemento del conjunto borroso A , $C(A)$, es el conjunto que contiene los elementos que no pertenecen a A . Cumple con:
 - Contorno: en los extremos se comporta igual que la negación nítida. $C(1)=0$ y $C(0)=1$.
 - Monotonía: el complemento es monótono no decreciente.
 - Involución: $C(C(A))= A$

2. La intersección “ i ” asociada a los conjuntos borrosos A y B cumple las siguientes propiedades:
 - Contorno: en los extremos se comporta igual que la intersección nítida, es decir $i(0,0)=0$; $i(0,1)=0$ y $i(1,1)=1$.
 - Conmutatividad: $i(A,B) = i(B,A)$.
 - Monotonía: la intersección “ i ” es monótona creciente, es decir: $A \in A', B \in B' \Rightarrow i(A,B) \in i(A',B')$.
 - Asociatividad: $i(i(A,B), C) = i(A, i(B,C))$.
 - Las funciones que verifican estas propiedades se denominan *t- normas*.

3. La unión “ u ” de los conjuntos borrosos A y B la denotaremos por $u(A, B)$, la cual cumple con las siguientes propiedades:
 - Contorno: en los contornos se comporta igual que la intersección nítida. $u(0,0)=0$; $u(0,1)=1$; $u(1,1)=1$.
 - Conmutatividad: $u(A, B)=u(B, A)$.

- Monotonía: la unión “u” es monótona creciente, es decir:
 $A \in A', B \in B' \Rightarrow u(A, B) \in u(A', B')$.
- Asociatividad: $u(u(A, B), C) = u(A, u(B, C))$.

Las funciones que cumplen estas propiedades se denominan *t*-conormas.

La *t*-normas y la *t*-conormas se hallan relacionadas. De este modo, fijando una de ellas se puede deducir la otra. A modo de ilustración, en el siguiente cuadro se presentan algunas reglas de *t*-normas y *t*-conormas sobre conjuntos difusos.

Cuadro A1

Ejemplo de reglas de t-normas y t-conormas

NOMBRE	INTERSECCIÓN	UNIÓN	COMPLEMENTO
Zadeh	$\text{Min}\{f_A(x), f_B(x)\}$	$\text{Max}\{f_A(x), f_B(x)\}$	$1 - f_A(x)$
Producto	$f_A(x) * f_B(x)$	$f_A(x) + f_B(x) - f_A(x) * f_B(x)$	$1 - f_A(x)$
Lukasiewicz	$\text{Max}\{0, f_A(x) + f_B(x) - 1\}$	$\text{Min}\{1, f_A(x) + f_B(x)\}$	$1 - f_A(x)$

Referencias

- CHOPRA, N., J. LAKONISHOK & J.R. RITTE (1992), "Measuring abnormal returns: Do stocks overreact?", *Journal of Financial Economics* 31, pp. 235-268.
- DE BONDT, W. F. M. & R. THALER (1985), "Does the stock market overreact?", *Journal of Finance* 40, pp. 793-805.
- DOURRA, H. & P. SIY (2001), "Stock evaluation using fuzzy logic", *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 4, N° 4, pp. 585-602.
- FAMA, E. & K.R. FRENCH (1988), "Permanent and temporary components of stock prices", *Journal of Political Economy* 98, pp. 247-273.
- HUARN & Yu, (2001), "Fuzzy Sets and Systems", *Physica* 2005.
- LEUNG MARK T., DAOUK HAZEM, CHEN AN-SING (2000), "Forecasting stock indices: a comparison of classification and level estimation models", *International Journal of Forecasting* (16)2, pp. 173-190.
- LO, A. & A.C MACKINLEY (1988), "Stock market price do not follow random walk: Evidence from a simple specification test", *Review of Financial Studies* 1, pp. 41-66.
- PARISI, A. (2002), "Evaluación de modelos de redes neuronales de predicción del signo de la variación del IPSA" *Estudios de Administración*, Vol. 9, N° 1, pp. 67-103.
- _____ (2005), "Modelos de algoritmos genéticos y redes neuronales en la predicción del signo de la variación del IPSA", *Estudios de Administración*, Forthcoming.
- PARISI, A., F. PARISI & J. L. GUERRERO (2003), "Modelos predictivos de Redes Neuronales en índices bursátiles internacionales", *El Trimestre Económico*, N° 280, vol. LLX (4), pp. 721-744. México.
- PARISI, A., F. PARISI & E. CORNEJO (2004), "Algoritmos genéticos y modelos multivariados recursivos en la predicción de índices bursátiles de América del Norte: IPC, TSE, Nasdaq y DJI", *El Trimestre Económico*, N° 284, vol. LXXI (4), pp. 789-809. México.

- PESARAN, M.H. & A. TIMMERMANN (1992), "A simple nonparametric test of predictive performance", *Journal of Business and Economic Statistics* 10, pp. 461-465.
- POTERBA, J. M. & L.H. SUMMERS (1988), "Mean reversion in stock prices: Evidence and implications", *Journal of Financial Economics* 22, pp. 27-59.
- SMITHSON M.J. (1987), "Fuzzy Sets analysis for behavioral and social sciences", Springer-Verlag. New York NY.
- SMITHSON M.J. y G.C ODEN (1999), "Fuzzy Set Theory and applications in psychology", D. Dubois, and H. Prade, eds. *International Handbook of Fuzzy Sets and Possibility Theory. 5 Applications* Kluwer. Amsterdam.
- TSIBOURIS, G. & M. ZEIDENBERG (1995), "Testing the efficient markets hypothesis with gradient descent algorithms", In A.P. Refenes (ed.). *Neural networks in the capital markets*. Chichester, UK, Wiley, pp. 127-136.
- WHITE, H. (1993), "Economic prediction using neural networks: the case of IBM daily stock returns", In R.R. Trippi & E. Turban (eds.). *Neural networks in finance and investing*. New York, Irwin, pp. 315-328.