Fco. Javier Domínguez

Curso de Hidráulica General

(Continuación)

En 1907, R. Biel ha dado la fórmula de la pérdida de carga, que simplificada es:

$$J = \frac{U^2}{1000\,\mathbf{R}}\left[0{,}12 + \frac{f}{\sqrt{\mathbf{R}}} + \frac{0{,}0003}{(f + 002)\,U\sqrt{\mathbf{R}}}\right]$$

en la que f es el coeficiente de rugosidad de las paredes.
En los casos usuales bastaría poner:

$$J = \frac{U^2}{1000\,\mathbf{R}}\left(0{,}12 + \frac{f}{\sqrt{\mathbf{R}}}\right) \qquad (11$$

por lo tanto el valor de C es:

$$C = \sqrt{\frac{1000}{0{,}12 + \frac{f}{\sqrt{\mathbf{R}}}}} = \frac{31{,}62}{\sqrt{0{,}12 + \frac{f}{\sqrt{\mathbf{R}}}}} \qquad (11a$$

A continuación van las categorías o valores de f para las distintas naturalezas de paredes que corresponden bien con los coeficientes n y m de Ganguillet y Kutter; por esta circunstancia aparecen en el cuadro adjunto estos coeficientes.

NATURALEZA DE LAS PAREDES	COEFICIENTE DE RUGOSIDAD SEGÚN: Biel	Kutter	
	f	n	m
Concreto muy enlucido, madera acepillada..........	0,015	0,010	0,15
Tablas machiembradas, concreto aplanado pero no enlucido, albañilería de bolones lisos..............	0,030	0,012	0,20
Tablas corrientes, concreto, ladrillo liso.............	0,060	0,013	0,25
Paredes de tablones, enladrillado bruto, concreto viejo	0,080	0,015	0,35
Albañilería de bolones, bien hecha, concreto áspero, mortero descuidado...........................	0,15	0,016	0,50
Bolones corrientes y concreto con embanques........	0,20	0,017	0,60
Revestimientos ásperos con embanques y fondo en buen estado..	0,30	0,020	0,75
Revestimientos descuidados, fondo en regular estado y embanques....................................	0,40	0,022	1,00
Canal en tierra en muy buen estado, sin vegetaciones	0,45	0,025	1,50
Paredes de tierra con fondo embancado o con ripio, poca vegetación; paredes rocosas..............	0,50	0,027	1,75
Tierra con embanques y vegetaciones, ripio grueso y pared en mal estado.........................	0,75	0,030	2,00
Canal en tierra en malas condiciones, con muchas vegetaciones, con depósitos gruesos, con arrastres grandes, hielo en suspensión..................	1,05	0,035	2,50

En 1923, Forchheimer, que ya había comentado la expresión de Manning, cuyos coeficientes n experimentara Scobey, la modifica ligeramente, poniendo para $\boldsymbol{R}$ en la fórmula de U la potencia *0,7* en vez de *2/3* que da Manning. La fórmula de Forchheimer es, entonces:

$$U = \lambda \, \boldsymbol{R}^{0,7} \, I^{0,5} \tag{12}$$

y los valores de λ que dependen de la rugosidad de las paredes, dados por el autor en sus experiencias del Rin, varían desde las paredes más lisas hasta las más rugosas, entre *100* y *20*. He aquí los valores que se deben asignar a λ según la naturaleza de la pared:

CLASE DE PARED	λ
Paredes muy unidas (cemento enlucido, madera acepillada en perfecto estado	*100*
Paredes unidas, enlucidos ordinarios y madera acepillada	*80*
Albañilería de piedra	*60*
Tierra en buenas condiciones	*40*
Tierra en regulares condiciones	*33*
Tierra en malas condiciones (plantas abundantes, irregularidades notables, rocas irregulares)	*30*
Paredes las más irregulares	*20*

Es de notar que la fórmula de Forchheimer coincide bastante bien con Kutter, en radios hidráulicos pequeños, (menores de *0,75* m.) y con Bazin, en los mayores.

René Koechlin, después de un detenido estudio de todas las experiencias existentes, da para C la expresión: (1)

$$C = K_1 \left(1 + 0,6 \, \boldsymbol{R}^{\frac{1}{2}}\right) \tag{13}$$

K_1 es el factor de rugosidad. Esta fórmula, según su autor, es válida para canales y cañerías en movimiento uniforme. A continuación van las categorías y valores de K_1 para el escurrimiento en canales:

	K_1
1.—Canales de paredes lisas	*51*
2.—Canales de concreto o albañilería ordinaria (sin enlucir)	*42*
3.—Canales de mampostería de piedra de talla o ladrillos	*35*
4.—Canales de forma muy regular, o entre muros, o empedrados	*30*
5.—Ríos o canales de paredes de ripio	*24*
6.—Ríos y canales con ripio grueso	*20*
7.—Ríos y canales con piedras grandes o plantas acuáticas	*18*

(1) Mécanisme de l'eau. Primer tomo, pág. 82, 1924.

En Chile, en 1922, el ingeniero don Jorge Vial P., estudiando los *cañales de tierra,* a la luz de las experiencias de Scobey, de Bazin, Kutter, y propias del autor, (127 en total), propone la siguiente fórmula:

$$U = (\boldsymbol{R}+0{,}55)\sqrt{\boldsymbol{R}I} \qquad (14$$

que da la velocidad en m:s., tomando el radio hidráulico $\boldsymbol{R}$ en metros y la pendiente I en metros por kilómetros. Para cálculos rápidos propone, sencillamente, tomando I del mismo modo, la fórmula:

$$U = \sqrt{\boldsymbol{R}I} \qquad (15$$

Actualmente, las fórmulas que más se usan son las de Ganguillet y Kutter y la nueva de Bazin. La primera en Estados Unidos, Inglaterra y colonias, Alemania y Sud América y la segunda en Francia, donde es de uso exclusivo; es usada también en Alemania y Sud América. Sin embargo, en Alemania se está generalizando el uso de la fórmula de Biel que hemos tabulado.

Para cálculos rápidos es muy usada la de Manning por su forma monomia; también es útil con igual objeto la de Forchheimer.

Una crítica razonada y científica de las fórmulas anteriores no puede hacerse, pues, en primer lugar no descansan en base científica, sino que son fórmulas empíricas de resultados experimentales y hay, además, dificultades de otro orden que impiden una comparación justa. En efecto, ¿cómo pretender comparar las categorías fijadas por un experimentador con las de otro? Es evidente que en la primera categoría, que es la mejor definida, cabe una comparación y en ella parece adaptarse mejor a las experiencias, la de Bazin que la de Ganguillet y Kutter; pero, pasando a otras categorías, mientras más áspera es la pared, más difícil es comparar. Hay otra dificultad y es el determinar por simple inspección, qué categoría de una fórmula que se quiere usar corresponde a un canal existente; y es aún más difícil proyectar un canal dándose a priori la categoría que debe asignársele. Por otra parte, la rugosidad de pared de un lecho cambia si está sujeto a posibles embancamientos, deformaciones y vegetaciones, variables de una estación a otra. Sin entrar en más consideraciones que son propias a la Hidráulica Aplicada, nos concretaremos a decir que estamos lejos de haber logrado expresar en fórmulas la asperidad de la pared de los canales, tan variable desde un cemento liso hasta una roca, como queda en los canales labrados con explosivos.

Las fórmulas de Bazin y Ganguillet, en canales de tierra y más ásperos, no descansan sobre experimentación directa en radios hidráulicos menores de *0,25* m.; sin embargo, las experiencias posteriores de Scobey (1) dan confianza para el uso de la fórmula de Ganguillet y Kutter en radios hidráulicos hasta de *0,15* en esas categorías. En lechos regulares y paredes poco rugosas merece quizás más confianza la de Bazin.

---

(1) The flow of water in irrigation channels. Wáshington, 1915

El coeficiente n de rugosidad de Ganguillet y Kutter y de Manning, representa mejor la rugosidad de una pared que el γ de Bazin, pues se ha podido observar en rugosidades que, prácticamente, permanecen iguales variaciones grandes de γ y casi ninguna variación de los n (1). Esta menor constancia de γ en una rugosidad dada se acentúa en las paredes más ásperas e irregulares. Las experiencias de Scobey dan, en cambio, una suficiente constancia de n en cada rugosidad. El λ de Forchheimer, como se ha dicho, coincide con los n de Kutter en radios hidráulicos chicos y con el γ de Bazin en los mayores, lo que parece de acuerdo con la realidad. Es notable esta coincidencia y constancia de los n de Kutter y Manning siendo esos coeficientes de distinta dimensión: según Kutter, n tiene la dimensión $T^{\frac{1}{2}}$ y según Manning, $\frac{T}{L^{\frac{1}{3}}}$.

Aun en los canales mejor definidos las diferencias del C que dan las fórmulas de Bazin y de Ganguillet y Kutter suben del *5%* (2), y fácilmente se llega en canales de tierra a divergencias de *10%*; por lo tanto, es inútil agregar decimales al valor de C. Por ejecuciones poco prolijas de canales revestidos o por embancamientos se obtienen fácilmente valores de C que bajan hasta *8* unidades de los que indicarían las fórmulas. Al canal de tierra, a fin de temporada de riego, corresponde un C unas *5* unidades menor que al canal limpio (3), siempre que no sea, interiormente, invadido por vegetaciones de plantas acuáticas, en cuyo caso el canal sucio puede tener un coeficiente C, *10* y hasta *15* unidades menos que el limpio; es decir, que puede descender hasta la mitad.

Las dimensiones que corresponden a C son $L^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}$ de modo que para tenerlo en medidas inglesas hay que multiplicar las expresiones dadas por la relación: (4)

$$\sqrt{\frac{1}{0{,}3048}} = 1{,}811$$

Al final de este capítulo van tablas de valores de C, según Ganguillet y Kutter (**Tabla N.° 30**), Bazin (**Tabla N.° 31**), Manning (**Tabla N.° 32**), Biel (**Tabla N.° 33** y Koechlin (**Tabla N.° 34**); un abaco de las fórmulas de Ganguillet y Kutter y Bazin y otro de Forchheimer, gráficos de $\frac{1}{C^2 R}$ en función del radio hi-

(1) Esto mismo afirman L. E. Houk. Calculation of flow in open channels. Dayton, 1918; Scobey en el folleto citado y R. Casanueva en «Estudio de la relación entre la velocidad media y máxima superficial en canales.—Coeficientes de rugosidad de paredes en canales chilenos».—Universidad de Chile, Febrero de 1935.

(2) Prescindiendo de pendientes menores de *0,0002* en la fórmula de Ganguillet y Kutter y en radios medios superiores a *0,10* m.

(3) Curvas continuas de canales de ladera bajan el valor de C en *10* unidades, como se deduce de lo dicho en el § *69*.

(4) En la fórmula de Manning en que C (homogéneo a $L^{\frac{1}{2}}T^{-1}$) vale $\frac{R^{\frac{1}{6}}}{n}$, para tenerlo en medidas inglesas, hay que multiplicarlo por $\left(\frac{1}{0{,}3048}\right)^{\frac{1}{3}} = 1{,}486$.

dráulico, también según estas fórmulas, prescindiendo en la de Kutter de la pendiente, en la forma indicada antes. (1)

78. Aplicaciones de las fórmulas. Cálculo de la profundidad normal.—Los problemas en cuya resolución se pueden aplicar las fórmulas de movimiento uniforme en canales, los veremos aquí ordenadamente, por medio de ejemplos.

EJEMPLO 1.º—La primera aplicación es, evidentemente, averiguar *qué gasto es el que escurre* por una sección dada, con pendiente y rugosidad de paredes conocidas.

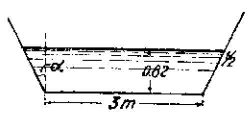

Fig. 163

Lo resolveremos en el siguiente ejemplo: ¿Qué gasto corresponde a la sección del croquis de la *figura 163*, si la pendiente del lecho es indefinida de *0,003* y las paredes son de ripio, descuidadas y con plantas en la orilla?

La sección es: $\Omega = bh + h^2 \, tg\alpha = 3 \times 0{,}82 + 0{,}82^2 \times$ $\times 0{,}5 = 2{,}796$ m².

El perímetro mojado es: $\chi = b + 2h\sqrt{1 + tg^2\alpha} = 3 + 2 \times 0{,}82 \sqrt{1{,}25} = 4{,}83$ m.

El radio hidráulico es $R = \dfrac{\Omega}{\chi} = \dfrac{2{,}796}{4{,}83} = 0{,}579$ m.

La categoría que mejor corresponde al ripio en las condiciones del caso es $\gamma = 1{,}75$ de Bazin; $n = 0{,}030$ de Kutter y Manning; $K_1 = 24$ de Koechlin; $f = 0{,}75$ de Biel y $\lambda = 33$ de Forchheimer. A continuación los valores de C, sacados de las tablas y abacos, por interpolación:

	C
Kutter	*30*
Bazin	*27*
Manning	*30*
Koechlin	*27*
Biel	*30*
Forchheimer...........	*30*

Como se ve, coinciden los valores de Bazin con los de Koechlin; y los de Manning con los de Kutter, Biel y Forchheimer; la diferencia entre unos y otros es de *10%*. Se podría tomar en el término medio C = *29*.

En nuestro caso $\sqrt{RI} = \sqrt{0{,}579 \times 0{,}003} = 0{,}0416$ y se tendría, aplicando las expresiones: $U = C\sqrt{RI}$; $Q = U = \Omega C \, \Omega\sqrt{RI}$: según Kutter, Manning, Biel y Forchheimer: $U = 1{,}25$ m:s; $Q = 3{,}49$ m³:s.; según Bazin y Koechlin: $U = 1{,}13$ m:s; $Q = 3{,}16$ m³:s; la mejor respuesta, es decir que el gasto es alrededor de *3,40* m³:s, término medio, redondeando cifras, entre las distintas fórmulas.

---

(1) No corresponde a la Hidráulica General un mayor detalle sobre coeficientes de rugosidad; pero nos parece útil indicar que podemos adoptar en los canales pequeños sin revestir, excavados en tierra, los mismos coeficientes de aspereza que da el señor Ballester, según sus experiencias hechas en los canales de riego en Río Negro (Argentina) y que son los siguientes: canales con caudales entre *2* y *10* m³, $n = 0{,}025$; canales de menor caudal que *1* m³: s, $n = 0{,}030$. No nos parece aceptable en Chile un coeficiente $n = 0{,}020$ en canales de más de *10* m³: s; en ellos podríamos tomar también $n = 0{,}025$. Las experiencias del señor Ballester han sido publicadas en el folletín N.º *75* de diciembre de 1926, de la Universidad Nacional de la Plata.

El problema inverso puede presentarse en diversas formas. Lo resolveremos, primeramente, en la más definida, que puede enunciarse así: ¿Con qué altura escurre un gasto dado en una cuneta dada? Equivale a calcular la *profundidad de régimen uniforme o profundidad normal* de un gasto en un lecho.

Este problema ha de resolverse por tanteos, dándose primeramente una velocidad que luego se verifica con la expresión: $U = C\sqrt{RI}$. La velocidad $U = \frac{Q}{\Omega}$ determina una sección, una altura, un perímetro mojado y un radio hidráulico; de este último se deduce un C.

Para hacer un primer tanteo con un valor de U, no muy alejado de la solución de la cuestión, es útil valerse de la expresión empírica siguiente: (1)

$$I = K\frac{Q^2}{\Omega^3}\ ;\quad \text{o sea: } Q^2 = \frac{I\,\Omega^3}{K}\ ;\quad \text{o también: } \Omega^3 = K\frac{Q^2}{I} \qquad (16$$

con los siguientes valores de K correspondientes a los n de Kutter:

n	K	$\frac{1}{K}$
0,013	*0,001*	*1000*
0,017	*0,002*	*500*
0,025	*0,005*	*200*
0,030	*0,006*	*166*

EJEMPLO N.º 2.—¿Con qué profundidad se escurre el gasto de *3,6* m³:s por la cuneta rectangular del croquis (*Figura 164*) de paredes de concreto sin enlucir, si la pendiente del lecho es, indefinidamente, de *0,0006*?

Fig. 164.

Según lo dicho arriba, con la ecuación aproximada, notando que la rugosidad se acerca a $n = 0{,}017$ de Kutter, se tiene:

$$\Omega^3 = 0{,}002\,\frac{3{,}6^2}{0{,}0006} = 43{,}4, \text{ de donde } \Omega = 3{,}52 \text{ m}^2$$

(1) Esta expresión sentada por el profesor Salas E., (Escurrimiento Variado, página 28), se deduce de la de Manning, aceptando que entre la sección y el radio hidráulico es válida la relación $\Omega = K\boldsymbol{R}^2$, en que K sería la inversa de la «concentración de Mouret» $\left(K = \frac{1}{\rho},\ \text{si } \rho = \frac{\Omega}{\boldsymbol{R}^2}\right)$ que es poco variable en secciones circulares de alturas cercanas al radio o en secciones que no difieren mucho de un semipolígono regular. Se tiene, según Manning: $Q = \Omega\boldsymbol{R}^{\frac{2}{3}}\frac{\sqrt{I}}{n}$, y según la relación que se acepta: $\boldsymbol{R}^{\frac{2}{3}} = \frac{\Omega^{\frac{1}{3}}}{K_1}$ se puede obtener: $Q = K_2\Omega^{\frac{4}{3}}\frac{I^{\frac{1}{2}}}{n}$. Elevando al cuadrado, llamando K la constante y redondeando a 3 el exponente $\frac{8}{3}$ de Ω, lo que hace la expresión más sencilla y más exacta, se llega a la fórmula de arriba: $Q^2 = \frac{I\,\Omega^3}{K}$

De este valor de la sección se obtiene un primer valor de la velocidad:

$$U_1 = \frac{3,6}{3,52} = 1,02 \text{ m:s}$$

Esta velocidad debe verificar la fórmula $U_2 = C\sqrt{\boldsymbol{R} I}$. A continuación van los cálculos correspondientes a este primer tanteo que se hace, tomando C, según Ganguillet y Kutter:

U_1	Ω	h	χ	$\boldsymbol{R}$	C	$\sqrt{\boldsymbol{R}I}$	U_2
1,02	3,56	0,71	6,42	0,555	52	0,0183	0,96

Para que el tanteo hubiera dado resultado, era necesario que fuese $U_2 = U_1$, lo que no sucedió; se puede corregir este tanteo en la forma que indica el profesor don Ramón Salas Edwards (1), quien propone empezar un segundo tanteo con el valor

---

(1) Escurrimiento variado del agua en los canales (1923, páginas 27 y 28). Esta corrección se justifica tomando para U el valor de Manning:

$$U = \frac{\boldsymbol{R}^{\frac{2}{3}}}{n} I^{\frac{1}{2}} = K\boldsymbol{R}^{\frac{2}{3}}$$

y concretando la correcta aplicación a lechos anchos en que al aumentar la profundidad aumente Ω, y casi no varíe el perímetro mojado, lo que da el radio hidráulico proporcional a Ω, se tendrá:

$$U = K\,\Omega^{\frac{2}{3}} = K\frac{Q^{\frac{2}{3}}}{U^{\frac{2}{3}}}$$

de aquí se obtiene: $$U^5 = K_1 Q^2$$

Si se ha partido de una velocidad U_1 $\left(\text{deducida de } U_1 = \frac{Q}{\Omega}\right)$, se llega, si es válido lo de arriba, a.

$$U_2 = K\frac{Q^{\frac{2}{3}}}{U_1^{\frac{2}{3}}}$$

o sea que se pueden escribir las expresiones:

$$Q = K'_2 U_2^{\frac{3}{2}} U_1 \qquad Q^2 = K_1 U_2^3 U_1^2$$

Si ponemos en vez de Q^2 el valor deducido de $U^5 = K_1 Q^2$, tendremos para la velocidad verdadera U, la relación: $U = (U_2^3 U_1^2)^{\frac{1}{5}}$ que dice que ella es el término medio geométrico de dos valores de la velocidad de partida y tres de la deducida. Para simplificar, en vista que los tres valores de la velocidadad son muy poco diferentes, se puede pasar al término medio aritmético y poner simplemente: $U = \frac{1}{5}(3U_2 + 2U_1) = \frac{3}{5}U_2 + \frac{2}{5}U_1$. o también: $U_2 - \frac{2}{5}(U_2 - U_1)$. El profesor Salas propone tomar $\frac{1}{5}$ de $U_2 - U_1$, solamente. El mérito de esta forma de cálculo lo demuestra, simplemente, su uso.

de la velocidad que se obtiene quitando a U_2 la quinta parte de la diferencia $U_2 - U_1$. Dice que la corrección es definitiva, si esta diferencia es menor del *10%* de U_2.

En nuestro ejemplo: $\frac{1}{5}$ de $(U_2 - U_1) = -0{,}01$ y el valor de U_1 de un nuevo tanteo sería:

$$U'_1 = U_2 - \frac{1}{5}(U_2 - U_1) = 0{,}96 - (-0{,}01) = 0{,}97 \text{ m:s}$$

A continuación va el segundo tanteo, que es definitivo:

U_1	Ω	h	χ	R	C	$\sqrt{RI}$	U_2
0,97	*3,7*	*0,74*	*6,48*	*0,574*	*52*	*0,0186*	*0,97*

La profundidad de régimen uniforme que corresponde, pues, al gasto de *3,6* m³:s, en el lecho rectangular de concreto sin enlucir, de *5* metros de ancho y pendiente de *0,0006* es de *0,74* metros.

79. Forma más conveniente de un canal. Cálculo de un canal para conducir un gasto dado.—El primer problema consiste en calcular las dimensiones y forma de la sección de un canal de modo que cumpla la condición de ser la más económica posible. Diversos son los factores que intervienen en el costo. El costo es función del producto del volumen por excavar por el precio unitario de excavación. Este a su vez depende de la forma y magnitud de la excavación: de la magnitud de la sección por excavar, pues las pequeñas excavaciones se hacen a mano y las muy grandes por métodos mecánicos, con excavadoras. También influye la forma, pues puede una sección de magnitud dada ser muy profunda y angosta y a la inversa muy ancha y poco honda. En la primera el costo será función de la altura a que se debe elevar la tierra por extraer y en la segunda no hay sobrecosto de elevación y puede existir acarreo transversal, de modo que son diversos factores los que intervienen en los diversos casos. Además, la magnitud de la excavación, es comúnmente mucho mayor que la sección mojada: la necesidad de hacer un trazado longitudinal que no resulte demasiado sinuoso (lo que encarece porque alarga), obliga a tener que aceptar excavaciones debidas a pendientes longitudinales diversas de la del fondo y del eje hidráulico del canal. La inclinación transversal del terreno, también obliga a efectuar una *excavación seca*, de importancia a veces superior a la de la sección mojada. No consideramos aquí la excavación que como margen de seguridad suele también dejarse, pues aceptamos, como es más lógico que el nivel del agua ocupe toda la altura del terreno excavado del lado más bajo, y que ese borde bajo sea reforzado con el material de excavación. Inútil es seguir detallando aquí esta materia, que es del resorte de la Hidráulica Aplicada, y para terminar de enumerar suscintamente los factores que influyen sobre el costo de la excavación de un canal, es necesario mencionar la expropiación de la faja, función de la excavación y del ancho del canal, la facilidad de limpias del lecho, y en algunos casos el revestimiento que la sección puede requerir para tratar de disminuir las filtraciones excesivas, que se traducen en pérdidas del agua conducida.

No todos los factores antes enumerados son susceptibles de ser puestos en ecuación, por la variedad de circunstancias que en ellos intervienen y los determinan. Las cuestiones que se pueden plantear y resolver por ecuaciones son, en primer lugar, encontrar la menor excavación para conducir un gasto dado, conociendo la pendiente o si se quiere, lo que es equivalente, la forma que conviene dar a una sección de magnitud dada, para que escurra el mayor gasto posible: es lo que se ha llamado *el perfil de mejor escurrimiento;* también se puede calcular la forma más conveniente de una sección de magnitud dada, capaz de conducir un gasto conocido, para producir la *menor filtración,* aceptando que ésta es proporcional a la raíz de la altura. Ni siquiera estas dos cuestiones tienen dependencia entre sí, de manera que conducen a resultados diferentes. En general tiene mucho mayor importancia la primera de estas cuestiones, y es de la que nos ocuparemos con algún detenimiento. Es necesario en todo caso, darse cuenta, que los resultados matemáticos de mejor escurrimiento, conducen a indicar formas con las cuales se empieza a proyectar, pues los factores no puestos en ecuación deben tomarse muy en cuenta. La forma del lecho dado por ese cálculo, puede variarse con holgura al considerarlas, sin alterar el costo sensiblemente, pues en las cercanías de los máximos y mínimos las funciones varían lentamente.

En los tratados de Hidráulica, comúnmente se aborda el problema teórico irrealizable del perfil de mejor escurrimiento de un lecho excavado en terreno transversalmente horizontal, longitudinalmente inclinado con la pendiente i del canal, cuya excavación total es la sección mojada. No repetiremos aquí el antiguo raciocinio que consiste en diferenciar las expresiones de la sección y del perímetro mojados, que se anulan porque una es constante (sección dada) y el otro ha de ser mínimo (para que el radio hidráulico sea un máximo). Expondremos, en cambio, en forma general, sin ecuaciones, los teoremas de geometría en que descansa dicho raciocinio, y que son los siguientes: Entre las superficies de igual perímetro, la de mayor área corresponde al círculo; de los polígonos de n lados, el de mayor área es el regular, de los polígonos de lados de longitud dada, el de mayor área es el inscriptible, y de los polígonos de ángulos dados el de mayor área es el circunscriptible. Respecto a estos últimos teoremas, es necesario notar que la sección de un canal puede considerarse un medio polígono (*Fig. 165*) que cumple esas condiciones y que sus consecuencias le son aplicables. Si se da una parte del perímetro y el área rotal, el área tendrá perímetro mínimo si se la completa con un arco de circunferencia.

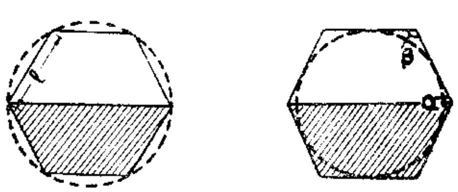

Fig. 165

En consecuencia, la mejor sección es un *semicírculo;* entre las secciones trapeciales, el *semihexágono regular;* entre los rectángulos el *semicuadrado:* entre los triángulos el *semicuadrado.* Entre los *trapecios de ángulos dados* el de mayor área es el *circunscriptible* en una semicircunferencia; esto conduce por la igualdad de los triángulos (*Fig. 166*)

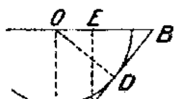

Fig. 166

OBD y *EAB* a la relación $OB = AB$, es decir que el lado inclinado de la sección es igual al *semi-ancho superficial.* (1)

Es evidente, que en canales excavados en tierra no se puede aceptar formas de sección semicirculares, pues además de ser de difícil construcción, el talud lateral no puede superar al talud natural del terreno; en lechos revestidos es, en cambio, posible dicha forma de sección, como efectivamente ha sido usada en la práctica.

Se puede, siguiendo en el terreno de la teoría, seguir deduciendo condiciones de mejor escurrimiento, fijando puntos de partida, tales como ancho superficial, etc. (2)

Es interesante dejar constancia aquí del estudio de la formación de los lechos naturales, hecho por René Koechlin (3), quien llega a la conclusión que la sección de un lecho en terreno susceptible de erosión está limitado por un arco de parábola muy semejante a un segmento de círculo.

Si el terreno no es transversalmente horizontal, la excavación se compone de dos partes, la sección mojada Ω (*Fig. 167*) y la *D* debida a la inclinación del terreno, cuya magnitud puede ser aún mayor que la de Ω. En el punto *O* puede considerarse que la sección mojada toca al perfil del terreno, porque no es necesario dejar margen de seguridad para el nivel libre del agua en el terreno sólido, pues el producto de la excavación acumulada en *D*, forma el borde OO_1, que sirve de seguridad.

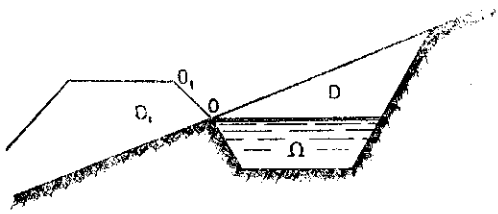

Fig. 167

El gasto, en movimiento uniforme, aceptando el valor de C dado por Manning, puede escribirse:

$$Q = \frac{\sqrt{I}}{n} \Omega \boldsymbol{R}^{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{I}}{n} \Omega^{\frac{5}{3}} \chi^{\frac{2}{3}} \qquad (16$$

En formas geométricas semejantes, la sección mojada es proporcional a la excavación total, que llamaremos *E*, y podemos también decir que el perímetro mojado es proporcional a la raíz de *E*, de modo que poniendo $\Omega = K_1 E$ y $\chi = K_2 \sqrt{E}$ se tiene el gasto:

$$Q = \frac{\sqrt{I}}{n} K_1^{\frac{5}{3}} \; K_2^{-\frac{2}{3}} \; E^{\frac{4}{3}} \qquad (17$$

(1) Las secciones rectangular y triangular pueden considerarse casos extremos, con inclinación $tg\alpha = 0$ la primera y con $b = 0$ la segunda y les es aplicable esta conclusión.

(2) Si se fija el ancho superficial, la sección ideal es un semicírculo que tenga ese ancho por diámetro, si así se obtiene Ω; o en general el ancho por cuerda; si la sección se exige que sea trapecial, la solución es el trapecio inscriptible, etc.

Si se aceptan lados verticales, dado el ancho superficial, y si la magnitud del área es mayor que el semicírculo cuyo diámetro es el ancho superficial, la mejor solución de la sección sería una forma rectangular superior, unida a un semicírculo inferior.

(3) *Mécanisme de l'eau*, tomo I, págs. 93 y sgts. (1924).

o, si se quiere, englobando todas las constantes en una sola, que llamaremos E_1, se puede poner:

$$E_1 = \frac{E}{Q^{\frac{3}{4}}} \qquad (18$$

ecuación en que E_1 es una constante (1) si lo son la pendiente del lecho, la rugosidad y la forma de la sección, que define esa cantidad como la ***excavación necesaria para la unidad de gasto***, y que, como se desprende de lo anterior, es función de la forma, de la inclinación del terreno, de la naturaleza de paredes y de la pendiente del canal.

Igualando las ecuaciones *(16* y *(17* podemos escribir:

$$\frac{\sqrt{I}}{n}\,\Omega^{\frac{5}{3}}\;\chi^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{E}{E_1}\right)$$

o sea:

$$E_1 = \left(\frac{\sqrt{I}}{n}\right)^{\frac{3}{4}} E\,\Omega^{-\frac{5}{4}}\,\chi^{\frac{1}{2}} \qquad (19$$

aplicando a esta ecuación logaritmos y derivando en seguida, notando que *n e I* son constantes, se obtiene:

$$\frac{dE_1}{E_1} = \frac{dE}{E} - \frac{5}{4}\,\frac{d\Omega}{\Omega} + \frac{1}{2}\,\frac{d\chi}{\chi} \qquad (20$$

de aquí deducimos que si se introduce una variación de ensayo en alguna o varias de las dimensiones de un proyecto de canal, que modifique el cubo de excavación, la sección mojada, el perímetro y *también el gasto*, (siendo siempre posible, por un cambio de escala, hacerlo capaz del gasto exigido), la alteración ensayada produce un % de economía (en la excavación, a igualdad de gasto), que es la suma de tres términos: el % de variación de excavación, menos $\frac{5}{4}$ del % de variación de sección mojada y más la mitad de la variación del perímetro mojado. Evidentemente, si estuviéramos en la solución óptima, esta suma nos daría cero, pues debe corresponder a $dE_1 = 0$.

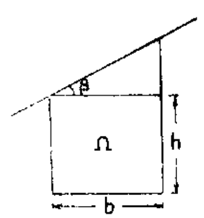

Fig. 168

Pongamos el caso más sencillo que pueda presentarse en la práctica, sección Ω rectangular, (excavación en roca dura), y terreno cuyo ángulo de inclinación transversal es β. Tenemos *(Fig. 168)*.

---

(1) $$E_1 = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{I}}{n}\,K_1^{\frac{5}{3}}\,K_2^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}} = \frac{K_2^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{\sqrt{I}}{n}\right)^{\frac{3}{4}} K_1^{\frac{5}{4}}}$$

4

$$\Omega = bh; \quad \chi = b + 2h; \quad E = bh + \frac{b^2}{2} tg\,\beta$$

Si, por ejemplo, aumentamos la altura en dh (podría aumentarse b en db, de igual modo), tendremos $d\Omega = bdh$; $dE = b\,dh$ y $d\chi = 2dh$, por lo tanto, podemos escribir la ecuación (20):

$$\frac{dE_1}{E_1} = \frac{b\,dh}{bh + \frac{1}{2} b^2 tg\beta} - \frac{5}{4}\frac{b\,dh}{bh} + \frac{1}{2}\frac{2\,dh}{2h+b}$$

que simplificada, dividida por b, introduciendo $x = \frac{h}{b}$ resulta:

$$\frac{dE_1}{E_1} = \frac{dx}{x + \frac{tg\,\beta}{2}} - \frac{5}{4}\frac{dx}{x} + \frac{dx}{1+2x}$$

esta ecuación ha de ser nula en el máximo de economía, lo que efectuado y multiplicando por dx nos hace llegar a:

$$x^2 - \left(\frac{3\,tg\beta}{2} + \frac{1}{2}\right)x - \frac{5}{4} tg\beta = 0$$

cuya raíz útil es:

$$x = \frac{3\,tg\beta + 1}{4} + \sqrt{\frac{(3\,tg\beta + 1)^2}{16} + \frac{5}{4} tg\beta}$$

donde introduciendo valores de $tg\beta$ se obtiene los de x que se indican a continuación:

$tg\beta$ =	0	0,05	0,1	0,2	0.333	0,5	1,0
β =	0°	2°52′	5°44′	11°20′	18°30′	26°35′	45°
x =	0.50	0,669	0,804	1,04	1,32	1,63	2,50

el primero $tg\beta = 0$; $x = 0,50$ corresponde al terreno transversalmente horizontal, como se vió anteriormente, la sección debe inscribir un semicírculo, lo que da, precisamente, esa relación entre la altura y la base. Se ve que aun en pequeñas inclinaciones, la razón $x = \frac{h}{b}$ se hace grande, fácilmente superior a la unidad, o en otras palabras, la máxima economía da *secciones hondas y poco anchas*.

Este caso sencillo nos permite generalizar a otras secciones prácticas. Si se trata de secciones trapeciales, *con mayor razón*, la economía indicará *secciones muy angostas y profundas* (pues en éstas es relativamente mayor la excavación seca, debida a la inclinación del terreno) . Si existen desigualdades longitudinales del terreno, son válidos los resultados anteriores.

En resumen, para tomar en cuenta los demás factores que determinan el costo de la excavación, ha de decirse que la sección ha de tener *los taludes más cercanos a la vertical* que acepte el terreno y las *secciones más profundas que no acarreen costos anormales.*

En la práctica será necesario proceder por tanteos, haciendo intervenir los costos de excavaciones que son variables, como se ha dicho, según sea la magnitud de la sección por excavar. Aquí no analizamos estos costos unitarios.

Un ejemplo hará ver la utilidad de la fórmula (*20*. Supongamos que se desea averiguar si conviene ahondar (aumento de h), o ensanchar (aumento de b), una sección rectangular de *1,5* m. de hondura por *4* m. de base, excavada en un terreno de $tg\,\beta = 0{,}1$. Tanteando con un aumento del ancho de *10%* del ancho primitivo, se tienen los siguientes valores:

$$\Omega = 4\times 1{,}5 = 6;\quad \Omega + \Delta\Omega = 4{,}4\times 1{,}5 = 6{,}6;\quad \Delta\Omega = 0{,}60;\quad \frac{d\Omega}{\Omega} = 0{,}10$$

$$E = 6 + \frac{16}{2}\times 0{,}1 = 6{,}80;\quad E + \Delta E = 6{,}6 + 0{,}968 = 7{,}568;\quad \Delta E = 0{,}768;\quad \frac{dE}{E} = 0{,}1129$$

$$\chi = 4 + 3 = 7;\quad \chi + \Delta\chi = 7 + 0{,}4 = 7{,}4;\quad \Delta\chi = 0{,}40;\quad \frac{d\chi}{\chi} = 0{,}057$$

$$\frac{dE_1}{E_1} = 0{,}1129 - \frac{5}{4}\,0{,}1 + \frac{1}{2}\,0{,}057 = 0{,}0164$$

es decir que se aumenta la excavación por unidad de gasto, E_1, en *1,64%*, es decir, se empeora el proyecto. Esto es evidente, viendo en el cuadro anterior que lo óptimo sería $\frac{h}{b} = 0{,}804$, es decir, ahondar hasta $h = 0{,}804\times 4 = 3{,}21$ m., en vez de ensanchar b (1). Un aumento de la altura de *1,5* a *1,7* m. hubiera dado, calculando análogamente,

$$\frac{dE_1}{E_1} = 0{,}117 - \frac{5}{4}\,0{,}133 + \frac{1}{2}\,0{,}057 = -0{,}0105$$

es decir, que mejora la forma, disminuyendo la excavación por unidad de gasto en *1,05%*.

Las formas prácticas usuales difieren mucho de estos resultados; eso es debido a los costos excesivos de excavaciones. relativamente angostas y profundas. En E.E.

---

(1) Un valor de $\frac{dE_1}{E_1}$ negativo, querría decir que se disminuye la excavación unitaria, o sea, que es conveniente, como se ve en el ejemplo que sigue inmediatamente.

U.U., considerando la forma de los canales de los modernos sistemas de riego, se ha llegado a establecer que la altura del agua debe ser expresada por la relación (1) empírica

$$h = \frac{1}{2}\sqrt{\Omega} \qquad (21$$

Considerando formas trapeciales, que son las de la práctica, con las denominaciones de la *figura 169*, que son las adoptadas anteriormente, $\Omega = bh + h^2 tg\alpha$, esta fórmulada la relación:

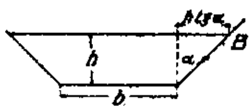

Fig. 169

$$\frac{b}{h} = 4 - tg\alpha$$

en los taludes usuales se tiene:

$tg\alpha = \frac{base}{altura}$	=	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1,5}{1}$	$\frac{2}{1}$
$\frac{b}{h}$	=	4	3,5	3	2,5	2

es decir, canales muy anchos.

En la India, según Molesworth (2), la proporción adoptada es:

$$h = \sqrt{\frac{\Omega}{3}} \qquad (22$$

que da las relaciones $\frac{b}{h}$:

$tg\alpha = \frac{base}{altura}$	=	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1,5}{1}$	$\frac{2}{1}$
$\frac{b}{h}$	=	3	2,5	2	1,5	1

es decir, canales menos anchos que los de la fórmula americana, pero mucho más anchos que lo que indica el mejor escurrimiento.

En resumen, el perfil de mejor escurrimiento no es la forma conveniente para proyectar un canal, pero, la expresión *(20*, deducida de esa consideración, es suma-

(1) Etcheverry.—Irrigations practice and Engineering, 1915, tomo II, pág. 122.

(2) Pocket-book of useful formulae and memoranda, 1928, pág. 326.

mente útil para conocer la economía que se introdoce en un proyecto por la variación de las dimensiones (1).

La forma geométrica usual es el trapecio, cuyo lado mayor es la superficie libre; la inclinación de sus lados depende de la naturaleza del terreno en que está excavado, desde vertical en la roca dura hasta *2* de base por *1* de altura, en los terrenos muy arenosos. Es muy común en Chile encontrar en ripios apretados, y tierra compacta, el talud de *1* de base por *2* de altura.

Para proyectar un canal en movimiento uniforme, además de la forma de la sección, es necesario atender a la velocidad, que no debe sobrepasar el límite superior sobre el cual hay peligro de *erosión de las paredes*, ni de descender de otro inferior al de la *velocidad del depósito*, de los materiales sólidos en suspensión, límite que, entre otros ha estudiado Kennedy (2).

Sin entrar aquí en mayores detalles sobre este asunto, propio de la Hidráulica Agrícola, diremos que en Chile se usan, como máximas, las velocidades medias siguientes, para no provocar erosión de las paredes:

Terreno	*Velocidad*
Concreto	6,00 m:s
Roca en buen estado	4,50 m:s
Roca descompuesta y toscas (3)	2,50 m:s
Ripio apretado	1,60 m:s
Ripio suelto	1,20 m:s
Tierra vegetal o arcillosa	1,00 m:s
Tierra arenosa	0,70 m:s
Arena	0,35 m:s

Respecto al límite inferior, sin entrar en la fórmula de Kennedy, podremos fijar los valores medios del cuadro siguiente, deducidos de las experiencias de Nora, Stanton y Blacht (4).

Radio Hidráulico (m)	VELOCIDADES (m:s)		
	Se deposita arena abundante	Toda la arena es arrastrada	Toda la arena va en suspensión
0,1	1,40	2,00	3,40
0,2	1,55	2,80	4,20
0,3	1,60	3,20	4,60
0,5	1,80	3,60	5,10
0,7	1,80	3,80	5,40
0,9	1,85	3,90	5,50

(1) En la práctica, con secciones trapeciales, puede ser sencilla la medida de los incrementos de sección y excavación por medio del uso del planímetro en vez del cálculo, para aplicar la fórmula (*20*.

(2) R. G. Keneddy,—Instructions for Grading and Designing Irrigation Channels. Punjab Irrigation, India, 1904

(3) Llamamos tosca, en Chile, una roca sedimentaria compuesta de mezcla de arena cementada, con fango o con toba volcánica.

(4) Transaction of A. S. C. E. de 1906.

(Continuará)